Mecânica e Ondas – MO

Curso LERC

# 2º TESTE

TAGUS PARK

2011/2012 – 2º Semestre – 18-05-2012 – 17h00

Duração: 1h30 Resp: Prof. João Carlos Fernandes (Dep. Física)

Nº: ___ Nome: ______________________________

## PROBLEMA 1 (2 valores)

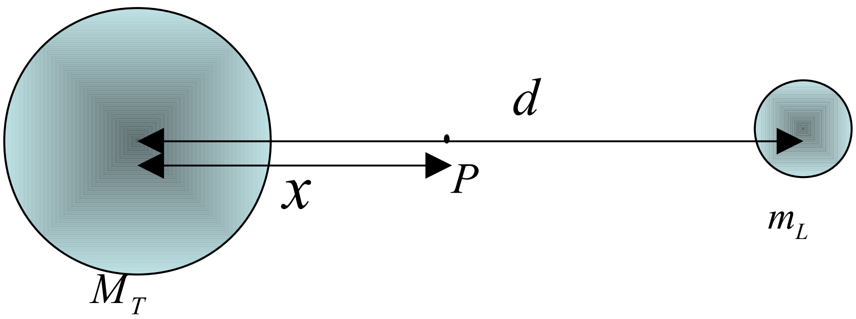
Queremos encontrar um planeta com a mesma densidade média da Terra $\rho = 3\ g/cm^3$, onde atirar uma bola de golfe com a nossa maior velocidade $v = 40\ m/s$ signifique que ela já não volta. Qual deve ser o raio R desse planeta?

$$\frac{1}{2}mV^2 - G\frac{Mm}{R} = 0 \Rightarrow V^2 = 2G\frac{M}{R} \qquad M = \rho\,\frac{4}{3}\pi\,R^3 \qquad V^2 = G\rho\,\frac{8}{3}\pi\,R^2 \qquad R = V\sqrt{\frac{3}{8\pi\rho\,G}}$$

---

## PROBLEMA 2 (2 valores)

Existe um ponto P entre o centro da Terra e o centro da Lua onde a força da gravidade é nula. Conhecendo a distância **d** entre a Terra e a Lua, a massa da Terra $M_T$ e a massa da Lua $m_L$, determine a distância $x$ desse ponto ao centro da Terra.

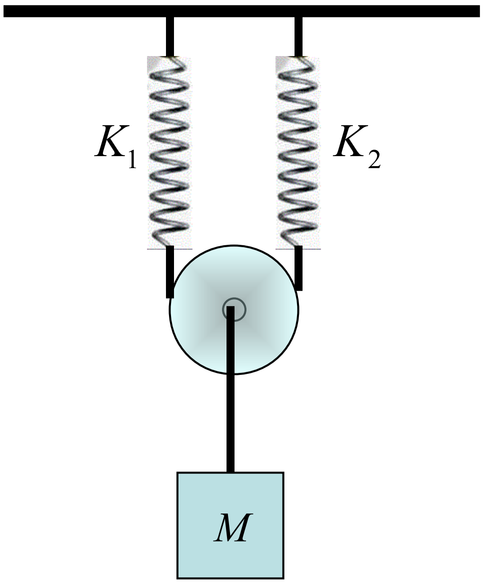



$$G\frac{M_T m}{x^2} = G\frac{M_L m}{(d-x)^2}$$

$$\left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = \frac{M_L}{M_T} \qquad \frac{d}{x} - 1 = \sqrt{\frac{M_L}{M_T}}$$

$$x = \frac{d}{1+\sqrt{\frac{M_L}{M_T}}}$$

## PROBLEMA 3 (3 valores)




O sistema da figura é constituído por duas molas de constantes diferentes $K_1$ e $K_2$, uma roldana de massa desprezável e uma massa M.

Na situação de equilíbrio estático qual a deformação de cada uma das molas $x_1$ e $x_2$?

Na mesma situação de equilíbrio estático, quanto desce o centro de massa da roldana $x$ quando se pendura a massa M?

Qual a frequência $\omega$ de oscilação deste sistema?

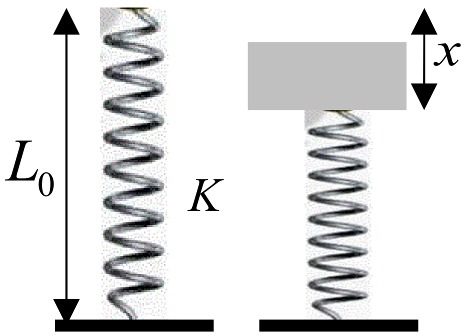
a) $\begin{cases} T = Mg \\ \dfrac{T}{2} = K_1 x_1 \\ \dfrac{T}{2} = K_1 x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = Mg \\ x_1 = \dfrac{Mg}{2K_1} \\ x_2 = \dfrac{Mg}{2K_2} \end{cases}$ b) $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{Mg}{4} \dfrac{K_1 + K_2}{K_1 K_2}$

c) $Mg = K_{eq} x$ $\qquad K_{eq} = 4 \dfrac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$

$$\omega = \sqrt{\frac{K_{eq}}{M}} = \sqrt{\frac{4}{M} \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}}$$

---

## PROBLEMA 4 (4 valores)




A mola da figura tem constante de elasticidade $K$ e comprimento próprio $L_0$. Está colocada na vertical e fixa ao chão. Deixa-se cair em cima, a partir de $L_0$ uma massa **M.**

a) Qual a deformação máxima $x$ que a mola sofre?
b) Qual a altura h onde a massa atinge maior velocidade?
c) Escreva uma função apropriada para a oscilação deste sistema.

a) $MgL_0 = Mg(L_0 - x) + \dfrac{1}{2} K x^2 \quad \Rightarrow \quad x = 2\dfrac{Mg}{K}$

b) $x = 2A \Rightarrow A = \dfrac{x}{2} = \dfrac{Mg}{K}$ $\qquad V_{max}$ acontece quando

$h = L_0 - A = L_0 - \dfrac{Mg}{K}$

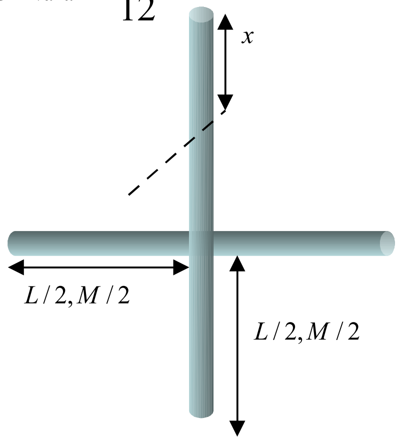
c) $$h = L_0 - Asen(\omega t + \delta) \quad t = 0 \Rightarrow \begin{cases} h = L_0 - A \\ V = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = sen(\delta) \\ 0 = \omega A\cos(\delta) \end{cases} \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{2}$$

$$h = L_0 - \frac{Mg}{K}\cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}}t\right)$$

## **PROBLEMA 5** (3 valores)

O pêndulo físico da figura foi construído usando duas varas idênticas de massa M e comprimento L. O eixo de rotação está colocado a uma distância x da extremidade da vara vertical.
Determine o período de oscilação deste pêndulo.

$$I_{CM\ \mathrm{vara}} = \frac{1}{12}ml^2$$




$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{12}ML^2 + M(L - x)^2 + \frac{1}{12}ML^2 + M(L - x)^2$$
$$I = \frac{1}{6}ML^2 + 2M(L - x)^2$$

$$m = 2M \qquad d = \frac{L}{2} - x \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{L^2}{6} + 2\left(\frac{L}{2} - x\right)^2}{2g\left(\frac{L}{2} - x\right)}}$$

---

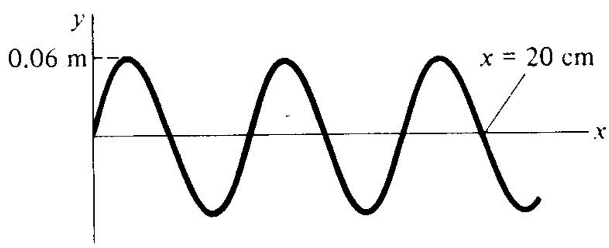
## **PROBLEMA 6** (3 valores)

A figura representa uma onda no instante t = 0. Sabe-se que tem velocidade V = 800 m/s.

a) Determine a sua amplitude, frequência e comprimento de onda.

b) Escreva a respectiva função de onda.

c) Qual a velocidade transversal de uma partícula em $x = \lambda$ no instante t = 0?



a) $\begin{cases} A = 0.06 \\ 2.5\lambda = 0.2 \Rightarrow \lambda = 0.08 \\ f = \dfrac{V}{\lambda} = \dfrac{800}{0.08} = 10^4\,Hz \end{cases}$

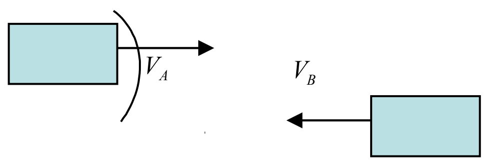
b) $\Psi = 0.06 sen\left(25\pi\, x - 2*10^4\pi\, t\right)$

c) $V_T = \left(\dfrac{d\Psi}{dt}\right)_{t=0} = -\omega A\cos\left(Kx + \delta\right)$ $\qquad t = 0 \Rightarrow \Psi\left(0,0\right) = 0 \Rightarrow Asen\left(\delta\right) = 0 \Rightarrow \delta = 0$

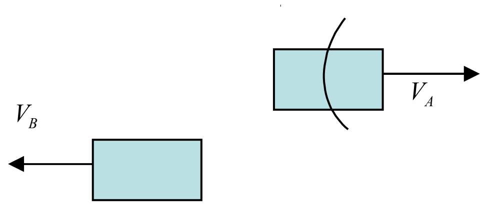
$$\left(V_T\right)_{x=\lambda} = 2*10^4\pi * 0.06 * \cos\left(\delta\right) = -12\pi * 10^2$$

## **PROBLEMA 7** (3 valores)

Dois automóveis aproximam-se um do outro com velocidades $V_A$ e $V_B$. O primeiro automobilista toca uma buzina de 400 Hz. Antes de se cruzarem o 2º automobilista ouve um som de frequência $f_1$. Depois de se cruzarem passa a ouvir um som de frequência $f_2$.




Qual a diferença entre as duas frequências $\Delta f = f_1 - f_2$?




$$\begin{cases} f_1 = \dfrac{c + V_B}{c - V_A} f_0 \\ f_2 = \dfrac{c - V_B}{c + V_A} f_0 \end{cases} \Rightarrow \Delta f = f_1 - f_2 = 2c\dfrac{V_A + V_B}{c^2 - V_A^2} f_0$$

..........................................................................