Mecânica e Ondas – MO

Cursos LERC e LEE

1º TESTE

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

TAGUS PARK

2012/2013 – 2º Semestre – 8-04-2013 – 9h30m

Duração: 1h30 Resp: Prof. João Carlos Fernandes (Dep. Física)

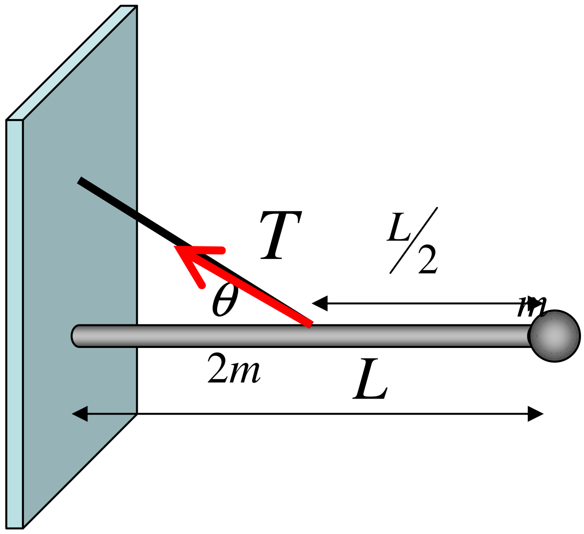
Nº: ___ Nome: ______________________________

PROBLEMA 1 (2 valores)

O corpo da figura é constituído por uma barra de comprimento **L** e massa **M = 2m** com uma esfera pontual de massa **m** na sua extremidade.

A barra está em equilíbrio, tem uma extremidade encostada a uma parede e está ligada à mesma parede por um fio fazendo um ângulo $\theta = 30^{\circ}$ com a horizontal.

Qual a tensão **T** no fio?



Resolução: A soma dos momentos das forças em relação ao ponto fixo de apoio na parede deve ser zero.

$$0 = 2mg\frac{L}{2} + mgL - T\frac{L}{2}sen\theta$$

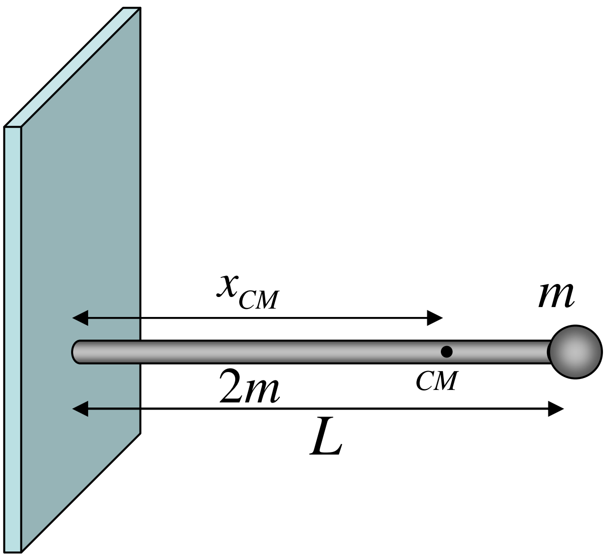
Obtém-se $T = 8mg$

PROBLEMA 2 (2+2 valores)

Considere o mesmo corpo do problema anterior.

a) Determine a posição do centro de massa x_{CM} do corpo.

b) Determine o momento de inércia do corpo em relação ao seu centro de massa I_{CM}.

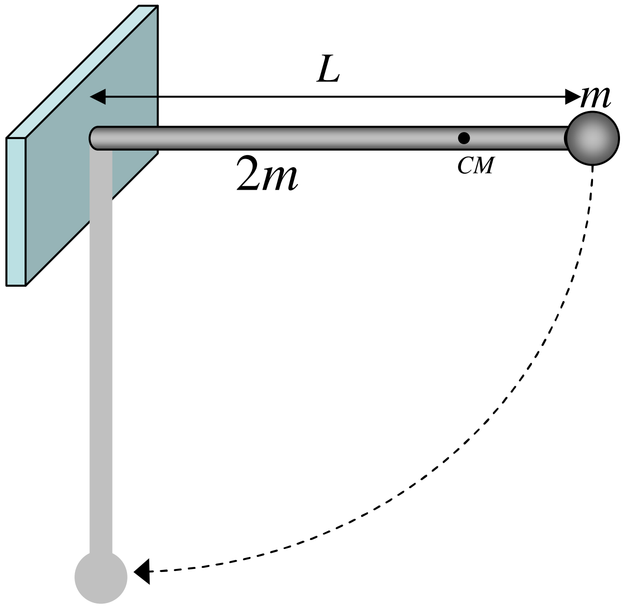


Resolução: a) $x_{CM} = \dfrac{M\frac{L}{2} + mL}{M + m} = \dfrac{2mL}{3m} = \dfrac{2}{3}L$

b) $I_{CM}^{sistema} = \dfrac{1}{12}ML^2 + M\left(x_{CM} - \dfrac{L}{2}\right)^2 + m\left(L - x_{CM}\right)^2$

$$I_{CM}^{sistema} = \frac{1}{6}mL^2 + \frac{1}{18}mL^2 + \frac{1}{9}mL^2 = \frac{1}{3}mL^2$$

PROBLEMA 3 (2+2 valores)



Considere ainda o mesmo corpo dos problemas anteriores. Suponha que se corta o fio que liga o corpo à parede e que este roda com uma extremidade sempre encostada à parede.

[NOTA: Se não resolveu o problema anterior utilize $x_{CM} = \frac{3}{4}L$ e $I_{CM} = \frac{1}{4}mL^2$].

a) Qual a aceleração angular da barra no instante inicial, após cortar o fio?

b) Qual a velocidade angular da barra quando está na vertical?

Resolução: a) Uso a equação fundamental $I\vec{\alpha} = \vec{\tau}$

$I_{parede}^{sistema}\alpha = (M+m)\,gx_{CM}$ para calcular o momento de inércia em relação ao ponto de apoio na parede fazemos uso do teorema dos eixos paralelos.

$I_{parede}^{sistema} = I_{CM}^{sistema} + (M+m)\,x_{CM}^2 = \frac{1}{3}mL^2 + 3m\frac{4}{9}L^2 = \frac{5}{3}mL^2$.

$$\alpha = \frac{(M+m)\,gx_{CM}}{I_{parede}^{sistema}} = \frac{3mg\frac{2}{3}L}{\frac{5}{3}mL^2} = \frac{6}{5}\frac{g}{L}$$

c) Usando a conservação da energia mecânica e tomando a energia potencial nula na posição horizontal podemos escrever: $0 = -(M+m)\,gx_{CM} + \frac{1}{2}I_{parede}^{sistema}\omega^2 \Leftrightarrow 3mg\frac{2}{3}L = \frac{1}{2}\frac{5}{3}mL^2\omega^2$.

Obtenho: $\omega = \sqrt{\frac{12}{5}\frac{g}{L}}$

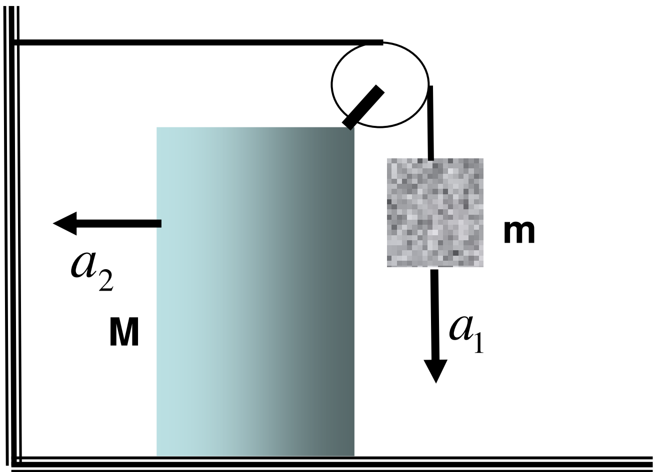
PROBLEMA 4 (2+2 valores)

O sistema da figura é composto por dois corpos de massas **m** e **M = 3m,** e uma roldana de massa desprezável solidária com o corpo M. A extremidade do fio que suspende **m** está fixa a uma parede.

O corpo M escorrega sem atrito.

a) Qual a aceleração com que o corpo **m** desce?

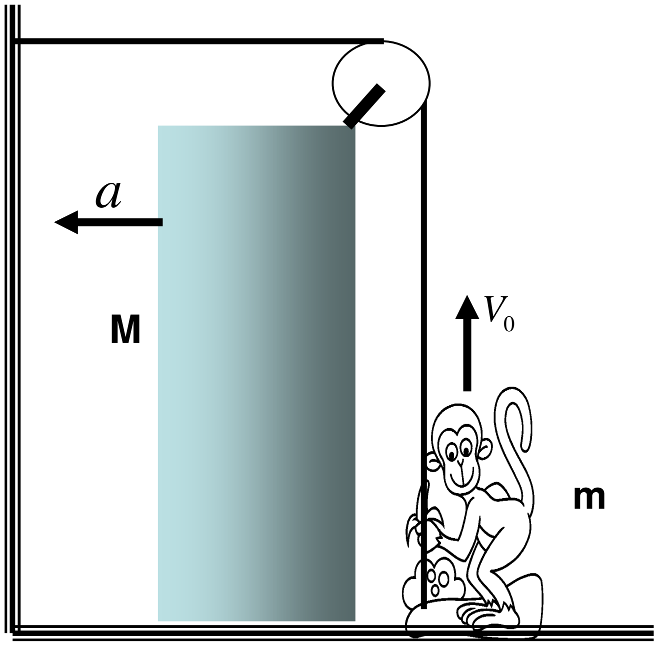
Resolução: a) Uso a equação fundamental para os dois corpos: $\begin{cases} ma = mg - T \\ Ma = T \end{cases}$. Somando as duas equações obtemos: $a = \frac{m}{M+m}g = \frac{g}{4}$



$a_1 = a_2 = a$ **Condição imposta pelo fio**

b) Admita agora que o corpo **m** é substituído por um macaco, com a mesma massa, que pretende subir a corda, a partir do chão, puxando-a com uma velocidade constante $V_0 = 3\ m/s$.

Qual a altura máxima que o macaco atinge?
(Nota: Se não resolveu a alínea anterior utilize $a = g/2$)



Resolução: b) Sabemos que a corda desce com aceleração a calculada na alínea anterior. Por sua vez o macaco sobe com velocidade constante em relação à corda. As leis do movimento do macaco são: $\begin{cases} V = V_0 - at \\ y = V_0 t - a\dfrac{t^2}{2} \end{cases}$. O ponto de altura máxima atinge-se quando a velocidade se anula.

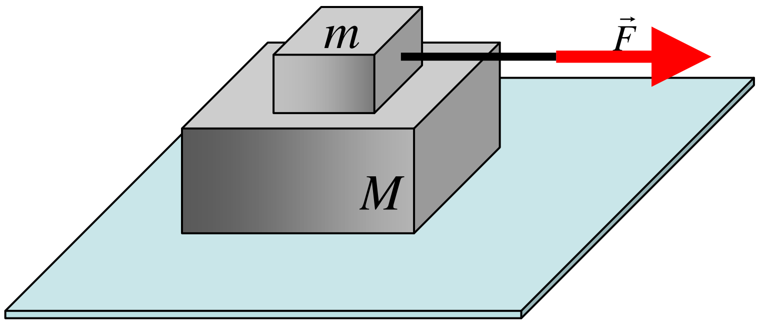
$$V = 0 \Rightarrow t = \frac{V_0}{a} \Rightarrow y_{\max} = V_0\frac{V_0}{a} - \frac{a}{2}\left(\frac{V_0}{a}\right)^2 = \frac{V_0^2}{2a} = \frac{2V_0^2}{g} = \frac{18}{g} \simeq 1.8\ m$$

PROBLEMA 5 (2+2+2 valores)

O sistema da figura é composto por dois corpos de massas **m** e **M = 2m.** O corpo **M** desliza sobre uma mesa sem atrito.

O corpo **m** desliza sobre **M** tendo os coeficientes de atrito: $\mu_S = 2/3$ e $\mu_k = 1/2$.

Aplica-se uma força $\vec{F}$ horizontal sobre o bloco, de cima, **m**.



a) Determine o valor máximo de F de modo que **m** não escorregue sobre **M**.
b) Nas condições da alínea anterior, determine a aceleração da massa **M**.
c) Se F for o dobro de $F_{\max}$ qual a aceleração de cada corpo.

[Nota: Se não resolveu a alínea a) use $F_{\max} = 2mg$].

Resolução:

O corpo M é apenas actuado pela força de atrito: $Ma_1 = F_a$.

O corpo m é actuado pela porca F, pela força de atrito e pela força de inércia: $ma_2 = F - F_a - ma_1$

a) O corpo m segue com a mesma aceleração de M em relação à mesa. A aceleração relativa entre eles é nula. $\begin{cases} Ma_1 = F_a \\ 0 = F - F_a - ma_1 \end{cases}$. Somando as duas obtenho: $(M+m)a_1 = F \Rightarrow a_1 = \dfrac{F}{M+m}$.

Conhecida a aceleração de M sabemos qual a força de atrito necessária $F_a = Ma_1 = \dfrac{MF}{M+m}$.

A força de atrito está limitada $F_{a\max} = \mu_S N = \mu_S mg$ o que implica $\dfrac{MF}{M+m} \le \mu_S mg \Leftrightarrow F \le \mu_S gm\dfrac{M+m}{M} = mg$. A força máxima é $F_{\max} = mg$.

b) Para a aceleração do conjunto usamos a expressão $a_1 = \frac{F}{M+m} = \frac{mg}{3m} = \frac{g}{3}$

c) Agora os dois corpos já não seguem juntos; m escorrega e portanto tem aceleração em relação a M. O sistema geral é $\begin{cases} ma_2 = F - ma_1 - F_a \\ Ma_1 = F_a \end{cases}$ onde agora $F_a = \mu_k mg = \frac{1}{2} mg$.

$$\begin{cases} ma_2 = 2mg - ma_1 - \frac{mg}{2} \\ 2ma_1 = \frac{mg}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = 2g - a_1 - \frac{g}{2} \\ 2a_1 = \frac{g}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -a_1 + \frac{3g}{2} \\ a_1 = \frac{g}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = \frac{5g}{4} \\ a_1 = \frac{g}{4} \end{cases}$$

FINAL do TESTE

FORMULÁRIO

$m\vec{a} = \sum \vec{F}$; $I\vec{\alpha} = \sum \vec{\tau}$ **Com:** τ o momento de torção e α a aceleração angular. $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ $\tau = I\alpha$ $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $L = I\omega$ $v = \omega r$ $a = \alpha r$; $\vec{p} = m\vec{v}$ $F_a = \mu N$ $\Delta W = F.\Delta s$ $\Delta W = \tau.\Delta\theta$

$K_{translação} = \frac{1}{2} mv^2$; $K_{rotação} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} I \frac{v^2}{r^2}$; $U = mgh$ $\vec{R}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$; $I = I_{CM} + md^2$

$I_{partícula} = mr^2$; $I_{esfera} = \frac{2}{5} mr^2$; $I_{disco} = I_{cilindro} = \frac{1}{2} mr^2$; $I_{anel} = mr^2$; $I_{vara} = \frac{1}{12} ML^2$
